

一、數學科單選題範例

1. 設 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ 且 a, b 兩數滿足

$$A^2 + aA + b \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}。$$

求 $a + b$

- (A) 1; (B) 0; (C) $-\frac{2}{3}$; (D) -1; (E) -2.

答案為 (E).

2. 若 A, B, C 為三角形 $\triangle ABC$ 的三個內角，且 $\sin A + \sin B - \cos C = \frac{3}{2}$ ，試問下列何者為 A, B, C 中最大的角度

- (A) $\frac{\pi}{4}$; (B) $\frac{2\pi}{5}$; (C) $\frac{3\pi}{4}$; (D) $\frac{\pi}{6}$; (E) $\frac{2\pi}{3}$.

答案為 (E).

3. 若 a, b 為整數。假設 $x^2 - x - 1$ 為 $ax^{11} + bx^{10} + 1$ 的因式，問 b 為

- (A) -89; (B) -90; (C) -91; (D) -92; (E) -93.

答案為 (A).

二、數學科多選題範例

4. 設

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0, \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

試問以下何者必為真

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$;
(B) $f(x)$ 在 $x = 0$ 可微分;
(C) $f(-x) = -f(x)$;
(D) 存在 D 在 $[0, 1]$ 上使得 $f(D)$ 是函數 f 在範圍 $[0, 1]$ 上的最大值;
(E) 在 $(0, 1)$ 上有無限多個點 x 滿足 $f(x) = 0$ 。

答案為 (A)(D)(E).

5. 設 $\{a_n\}$ 為一數列，且滿足

$$a_1 = A, \quad a_{n+1} = \frac{a_n^2}{2(a_n - 1)} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

若 $A > 2$ ，下列何者必為真

- (A) 存在一個 $n > 1$ ，使得 $a_n < 2$ ；
- (B) 對所有的 $n \geq 1$ ， $a_n > 2$ ；
- (C) 對所有的 $n \geq 1$ ， $\{a_n\}$ 是一單調遞增的數列；
- (D) 若 $2 < A \leq 3$ ，則對所有的 $n \geq 1$ ， $a_n \geq 2 + \frac{1}{2^{n-1}}$ ；
- (E) 對所有的 $n \geq 1$ ， $\{a_n\}$ 是一單調遞減的數列。

答案為 (B)(E)。

三、數學科英文單選題範例

6. An $n \times n$ matrix M is *upper anti-triangular* if $(M)_{ij} = 0$ for $i + j > n + 1$. Assume that A, B are two upper anti-triangular matrices with $AB = BA$, and A is not an all-zero matrix. Which of the following statement must be true?

- (A) B is all-zero; (B) $B = cA$ for some constant c ; (C) AB is upper anti-triangular;
- (D) AB is upper triangular; (E) A and B are invertible.

答案為 (B)。